



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

Plan de Recuperación de Matemáticas – Grado Noveno

Año Lectivo: 2025 Docente: Juan Luis Arenas Bedoya

1. Objetivo del Plan

El siguiente plan de trabajo tiene como objetivo brindar a los estudiantes de grado noveno la oportunidad de alcanzar las competencias y conocimientos requeridos en la asignatura de Matemáticas que no fueron superados durante el año lectivo.

2. Metodología de Evaluación

La nota final del plan de recuperación se compone de dos (2) partes obligatorias, cada una con un valor porcentual específico:

- **50% - Taller de Recuperación:** Corresponde a la entrega y desarrollo de un taller que abarca los ejes temáticos del año.
- **50% - Sustentación Escrita:** Corresponde a una evaluación (examen escrito) basada en los temas trabajados en el taller y vistos durante el año.

Nota Importante: Para aprobar la recuperación, el estudiante debe presentar ambos componentes.

3. Requisitos del Taller de Recuperación (Valor: 50%)

El taller debe ser desarrollado siguiendo estrictamente las siguientes pautas:

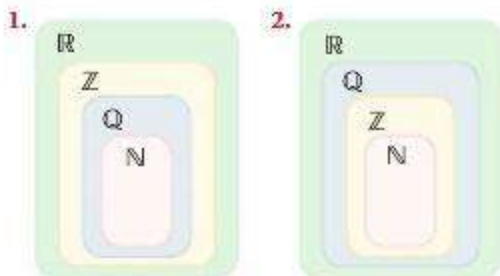
- **Presentación:** Debe entregarse de forma ordenada, clara y completa.
- **Procedimiento Obligatorio:** Cada ejercicio, problema o pregunta debe estar sustentado con su respectivo procedimiento, análisis o justificación paso a paso.
- **Validación de Respuestas:** Una respuesta (incluso si es correcta) que no presente el procedimiento claro y coherente que la respalde, **será calificada con cero (0) puntos**, sin excepción.



Afianzo COMPETENCIAS

I Interpreto • **A** Argumento • **P** Propongo • **E** Ejercito • **R** Razono • **S** Soluciono problemas

I Determina si cada uno de los siguientes diagramas representa de manera correcta la relación entre los conjuntos numéricos.



A Determina cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas.

3. Todo número entero es un número natural.
4. Todo número natural es un número entero.
5. Algunos números racionales son números enteros.
6. Algunos números racionales son números irracionales.

P Escribe, si es posible, un número que cumpla cada condición.

7. Entero no natural.
8. Natural no entero.
9. Racional no natural.
10. Racional no entero.
11. Real no racional.
12. Irracional no real.

E Representa en una recta numérica cada conjunto de números.

13. $B = \{-3, \frac{3}{4}, -0,8, 6, -\frac{5}{2}, 4, -1,5, 2\}$
14. $C = \{\frac{5}{6}, -0,7, 5, -10, 8, \frac{1}{3}, 0,4, -0,25\}$
15. $D = \{\sqrt{2}, \frac{1}{2}, -\sqrt{3}, -1,6, \frac{4}{5}, -0,8\}$

E Ordena los siguientes números de menor a mayor.

16. 13, -2, -9, 0, 9, 12, 4, 11, -1, 7, -7, 8
17. -2, -0,5, -3, -10, 8, 0, -8, 3,1, 3,15, -5, 10
18. $\frac{2}{3}, -9, 5,2, -1,3, -3,7, -\frac{7}{9}, 1,8, 0,6$
19. $\sqrt{2}, 1,4, -1,8, -\sqrt{3}, \frac{3}{5}$
20. $\sqrt{5}, 2,5, 2, 1,8, -1, -1,2, -\frac{4}{3}$

E Efectúa las siguientes operaciones. Luego, clasifica el resultado en entero positivo, entero negativo o cero.

21. $6 - 10 - 3 - 46 + 30$
22. $(-42) + 35 + (-50) + 12 + 76$
23. $5(-4 - 2) + 6(17 - 12)$

R Determina si la raíz cuadrada de cada número es racional o irracional.

24. $\sqrt{36}$
25. $-\sqrt{122}$
26. $\sqrt{\frac{9}{16}}$
27. $-\sqrt{169}$
28. $\sqrt{50}$
29. $\sqrt{\frac{1}{2}}$

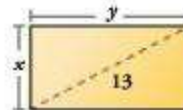
R Clasifica el resultado de cada operación en decimal exacto o decimal periódico.

30. $\frac{5}{3} - \frac{8}{6}$
31. $6 \div (-\frac{4}{3})$
32. $-\frac{4}{3} \div (-1 + \frac{7}{9})$
33. $-\frac{13}{3} \times (-\frac{7}{3} + \frac{10}{3})$

S En un trayecto, la velocidad x de un automóvil varió de 0 a 80 kilómetros por hora. Determina cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas.

34. La velocidad del automóvil es un número x tal que $0 \leq x \leq 80$ y $x \notin \mathbb{I}$.
35. La velocidad del automóvil pudo ser $50\sqrt{3}$ kilómetros por hora.
36. Si en una parte del trayecto la velocidad del automóvil fue $y\sqrt{2}$, entonces, se cumple la desigualdad $0 \leq y \leq 40\sqrt{2}$.

S Observa el siguiente rectángulo. Luego, resuelve.



37. Determina el valor de x y de y , si $x, y \in \mathbb{Z}$.
38. Determina posibles valores de x y de y , teniendo en cuenta que $x \in \mathbb{Q}$ y $y \in \mathbb{I}$.

Lo que viene... ➔

A continuación, vas a trabajar las expresiones algebraicas, averigua cómo se clasifican los polinomios y escribe un ejemplo de cada uno.



Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto • Argumento • Propongo • Ejercito • Soluciono problemas

R Responde.

39. ¿Qué es el grado de un polinomio?
 40. ¿Cuándo dos o más términos son semejantes?
 41. ¿Cómo se llaman los polinomios que tienen dos términos?
 42. ¿Cuál es el signo del producto de dos monomios que tienen diferente signo?

D Determina cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas. Explica tu respuesta.

43. El polinomio $7x^2 - 3x + 2$ es de grado 7.
 44. Todo binomio es polinomio.
 45. Algunos trinomios son monomios.
 46. La expresión $-5x^{\frac{1}{2}}$ no es un monomio.

E Indica el término que no es semejante en cada caso.

47. $-t^2ks$; kt^2s ; $-skt^2$; $-tk^2s$
 48. $2m^3n^2p$; $-mn^2p^3$; $-pm^3n^2$; $5n^2pm^3$
 49. $-abc^3$; c^3ba ; $-a^3b$; b^3ca
 50. $\sqrt{5}xz^2y$; $\sqrt{3}y^2xz$; $-4xy^2z$; $-\sqrt{2}xy^2z$
 51. $\frac{1}{3}st^4v^3$; $-3t^3s^4v$; $-5v^3st^4$; $\frac{1}{5}sv^3t^4$

E Realiza las operaciones indicadas.

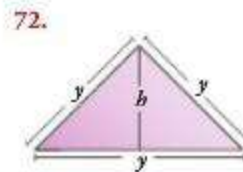
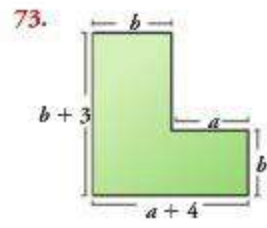
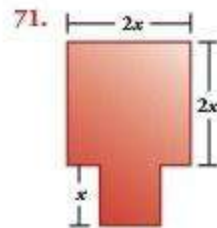
52. $(k - m) + (2k - n) + (n + 2m) + (m - k)$
 53. $(xy + xz - 2yz) + (-2xy + 3xz - yz)$
 54. $(1,8x^2 - 3,7x + 2,9) + (-2,4 - 1,8x + 0,9)$
 55. $(3x^3 + x^2 + x + \frac{1}{2}) + (-x^2 + 9)$
 56. $(2a + 3b) - (2a - b)$
 57. $(5p^2 + 2pq) - (p^2 - pq)$
 58. $(18 - x^2) - (6x^3 + 2x^2 + 2 + 1)$
 59. $(-x + \frac{1}{5} - x^3) - (\frac{1}{2}x - x^3 - \frac{4}{5})$
 60. $(7x^2y)(6y^2c)(4ac^2)$
 61. $(x^2 - 5x + 1)(3x^2 + 2)$
 62. $(\frac{1}{2}x - \frac{4}{3})(\frac{1}{2}x + \frac{4}{3})$
 63. $(k^3 + 3k^2 - k)(k^3 + 3k^2 + k)$

64. $(-12a^3b^2c) \div (3abc)$
 65. $(6x^4y - 9x^2y^2 + 12x^2y^2 - 6xy^4) \div (3xy)$
 66. $(\frac{1}{3}x^2 + 7x - 7) \div (-x + 1)$
 67. $(a^4 + 11a^2 - 12a - 5a^3) \div (-3a + 3 + a^2)$

R Resuelve.

68. La suma de dos polinomios es $-2x^2 + 4xy$. Si uno de los polinomios es $3x - 4x^2 + y^2$, ¿cuál es el otro polinomio?
 69. El producto de dos binomios es $3x^2 + 10x - 8$. Si uno de los binomios es $x + 4$, ¿cuál es el otro binomio?
 70. El cociente de dos polinomios es $x^2 + 3x + 3$. Si el divisor es $x + 1$ y el residuo es -2 , ¿cuál es el dividendo?

S Halla una expresión algebraica que represente el perímetro y otra que represente el área de cada figura.



S Lee y resuelve.

- Un avión está dividido en tres clases: primera clase, clase ejecutiva y clase turista. La cantidad de pasajeros de primera clase es la mitad de los de la clase ejecutiva y un sexto de los de clase turista.
75. Si n es el número de pasajeros de primera clase, ¿cuál es la expresión algebraica que representa la cantidad total de pasajeros?
 76. Si en el avión hay 36 pasajeros en clase ejecutiva, ¿cuántos pasajeros hay en primera clase y cuántos en clase turista?



Afianzo COMPETENCIAS

Interpreto • Argumento • Propongo • Ejercito • Razono • Soluciono problemas

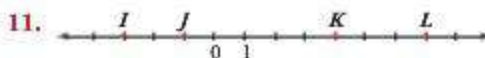
I Responde.

- ¿Cuál es la utilidad de los números enteros?
- ¿Cómo se distinguen los números enteros positivos de los números enteros negativos?

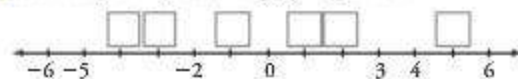
H Escribe \in o \notin , según corresponda.

- $-1 \square \mathbb{Z}^-$
- $+9 \square \mathbb{Z}^+$
- $-12 \square \mathbb{Z}^+$
- $17 \square \mathbb{Z}^-$
- $45 \square \mathbb{Z}^+$
- $-165 \square \mathbb{Z}^+$

E Escribe el número entero asociado a cada punto representado en cada recta.



R Observa y completa. Luego, responde.



- ¿Cuál es el antecesor de -1 ?
- ¿Cuál es el número entero cuyo sucesor es -2 ?

R Representa cada situación con un número entero.

- El avión vuela a 2.700 m de altura.
- Un submarino se encuentra a 2.500 m bajo el nivel del mar.
- La rueda se inventó en el año 5500 a. C.
- Daniela tiene una deuda de \$2.300 en el almacén.
- Hay estacionamientos disponibles en el 2.º subterráneo del centro comercial.

R Resuelve. Justifica tu respuesta en cada caso.

- ¿Cuántos números enteros están localizados entre -14 y 3 ? ¿Cuáles son estos números?
- Entre los números -7 , 8 , 3 , -10 , 6 , 4 y -2 , ¿cuál es el más alejado de cero? ¿Cuál está más cerca de cero?
- ¿Cuántos números enteros hay entre -1.000 y 1.000 ?

S Expresa la respuesta de cada situación con un número entero.

- Al mediodía en una ciudad se registra una temperatura de 15°C bajo cero. Si al anochecer se produce un descenso de 11°C , ¿cuál es la temperatura al final del día?
- En el piso 23 de un edificio se encuentra una persona que ha descendido 12 pisos. ¿En qué piso se encontraba inicialmente la persona?

S Lee, observa y resuelve.

Para generar energía eléctrica, a partir de yacimientos geotérmicos, se deben perforar profundos pozos que conduzcan, hacia la superficie terrestre, el fluido almacenado a altas temperaturas en la corteza de la Tierra. Ya en la superficie, el vapor que viene a alta presión se utiliza para hacer funcionar una turbina y así producir energía eléctrica.



- ¿Qué medidas de la ilustración anterior pueden ser representadas mediante números enteros?
- ¿Cuáles corresponden a números positivos?, ¿cuáles a números negativos?

P Plantea una situación relacionada con cada temática, de tal forma que se represente con los números enteros.

- Zona abisal y seres vivos.
- Extracto bancario.
- Temperatura.
- Línea de tiempo.



Afianzo COMPETENCIAS

I Interpreto • **A** Argumento • **E** Ejercito • **R** Razono • **S** Soluciono problemas

I Responde.

61. ¿Cuántos divisores tiene el cero?
 62. ¿El cero es un número primo?
 63. ¿Todos los números impares mayores que 9 son primos?
 64. ¿Cuáles son los números primos que hay entre 50 y 100?
 65. ¿En dónde hay más números primos: entre 30 y 40 o entre 60 y 70?

R Escribe un número que cumpla cada condición.

66. Primo y par.
 67. Compuesto y par.
 68. Primo e impar.
 69. Compuesto e impar.

R Completa cada expresión con las palabras “todos”, “algunos” o “ningún” y con los ajustes necesarios para que sea verdadera.

70. _____ números pares son primos.
 71. _____ números impares son primos.
 72. _____ números pares son compuestos.
 73. _____ números impares son compuestos.

E Determina por extensión cada conjunto.

74. $A = \{x/x \text{ es un número primo menor que } 50\}$
 75. $A = \{x/x \text{ es primo mayor que } 20 \text{ y menor que } 80\}$
 76. $A = \{x/x \text{ es divisor de } 18 \text{ y es primo}\}$
 77. $A = \{x/x \text{ es divisor de } 50 \text{ y es compuesto}\}$
 78. $A = \{x/x \text{ es divisor de } 24 \text{ y es compuesto}\}$

R Lee la siguiente información.

Los números primos gemelos son aquellos que tienen diferencia 2. Por ejemplo, 3 y 5 son primos gemelos, ya que $5 - 3 = 2$.

Determinar en cuál de los siguientes intervalos de números existen primos gemelos.

79. Entre 10 y 20. 81. Entre 20 y 40.
 80. Entre 50 y 80. 82. Entre 20 y 100.

I Responde y justifica tu respuesta.

83. ¿Es posible encontrar un número primo que sea igual a tres veces el menor número primo aumentado en 13? De ser posible determinalo.

E Lee la siguiente información. Luego, resuelve.

El matemático Christian Goldbach formuló la siguiente conjetura: todo número natural par, mayor que 2, se puede escribir como la suma de dos números primos.

Escribe los siguientes números como la suma de dos números primos.

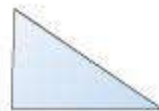
84. 34 86. 86 88. 64
 85. 56 87. 102 89. 98

R 90. Observa lo que dice cada niño. Luego, determina el valor de verdad de las afirmaciones de cada uno y explica el porqué.

Ana: "Todo número compuesto es divisible entre 2."
 Rubén: "Todos los números primos terminan en 1."
 Vanesa: "Algunos números primos son impares."
 Joaquín: "Algunos números primos son pares."

S Resuelve.

91. Las medidas de los lados de un triángulo son tres números primos consecutivos. Si el perímetro del triángulo es 41, ¿cuánto miden sus lados?



Lo que viene... ➔

En las siguientes páginas aprenderás a qué se le denomina factorización de un número y dos métodos para hacerla.



Múltiplos de un número

1. Escribe los 10 primeros múltiplos de cada número.

193. $M_8 = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

194. $M_9 = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

195. $M_{12} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

196. $M_{25} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

2. Lee y resuelve.

“La suma de dos múltiplos de un número es también múltiplo de ese número. Además, si al menos uno de los factores en una multiplicación es múltiplo de un número, el producto también lo es”.

Marca con \checkmark las sumas y los productos que son múltiplos de 7, sin resolver las operaciones.

197. $49 + 15$ 200. 45×60

198. $56 + 35$ 201. 17×54

199. 20×70 202. 121×56

Escribe cinco sumas y cinco multiplicaciones sin resolver, cuyo resultado sea múltiplo de 3.

203. Sumas

204. Multiplicaciones

Divisores de un número

3. Escribe todos los divisores de cada número.

205. $D_{28} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

206. $D_{74} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

207. $D_{96} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

208. $D_{108} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

4. Resuelve.

209. Subraya los números que son divisibles entre 2, 3, 5, 9 y 10.

450 2.420 3.140 55.080
1.176 6.255 7.920 65.910

210. Encierra los números que son divisibles entre 6 y entre 9, sin hacer las divisiones.

7.200 2.100 1.089 56.672 982.134

211. Escribe D en las casillas que cumplen el criterio de divisibilidad.

	Divisibilidad entre						
	2	3	4	5	6	9	10
24							
96							
104							
115							
222							
405							
625							
702							
900							
930							

5. Responde.

212. Si el número $3a2$ es divisible entre 3, ¿cuáles son los posibles valores de a ? _____

213. Si el número $5a3b$ es múltiplo de 3 y de 5, ¿cuáles son los posibles valores de a y cuáles son los posibles valores de b ? _____

214. Si el número $2a7b$ es divisible entre 2, 3 y 5, ¿cuál es el valor de a y cuál es el valor de b ? _____

215. Cambia el orden de las cifras de cada número de la tabla para obtener otro con las condiciones pedidas.

Número	Condición	Número nuevo
7.050	Divisible entre 5 y no divisible entre 10.	
3.200	Divisible entre 2 y no divisible entre 10.	
4.902	Divisible entre 3 e impar.	
9.005	Divisible entre 4.	
5.058	Divisible entre 5 y entre 9.	
8.226	Divisible entre 6 y divisible entre 4.	



Afianzo COMPETENCIAS

I Interpreto • **A** Argumento • **P** Propongo • **E** Ejercito • **R** Razono • **S** Soluciono problemas

- I** El área de un cuadrado se calcula mediante la expresión $A = l^2$, donde l representa la medida del lado. Hallar el área de un cuadrado si el lado mide:



170. $\frac{2}{3}$ cm 171. $\frac{5}{4}$ cm 172. $\frac{3}{2}$ cm

- E** Realiza las siguientes operaciones aplicando las propiedades de la potenciación y la radicación según corresponda.

173. $\frac{\left(\frac{2}{7}\right)^5 \left(\frac{2}{7}\right)^5 \left(\frac{2}{7}\right) \left(\frac{2}{7}\right)^3}{\left(\frac{2}{7}\right)^2 \left(\frac{2}{7}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$

174. $\left[\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{1}{2}\right)^5} \right]^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

175. $\sqrt{\frac{7}{15}} \times \sqrt{\frac{12}{15}} \times \sqrt{\frac{12}{9}} \times \sqrt{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

176. $\left[\frac{\left(\frac{2}{7}\right)^5 \left(\frac{2}{7}\right)^5 \left(\frac{2}{7}\right) \left(\frac{2}{7}\right)^3}{\left(\frac{2}{7}\right)^2 \left(\frac{2}{7}\right)} \right]^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

177. $\sqrt{\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{2}{15}} = \underline{\hspace{2cm}}$

178. $\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^6 = \underline{\hspace{2cm}}$

179. $\sqrt[5]{\frac{3 \cdot 125}{243}} = \underline{\hspace{2cm}}$

180. $\sqrt{\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{121}{27}} \sqrt{\frac{2}{15}} = \underline{\hspace{2cm}}$

- R** Lucía afirma que:

Al realizar la operación $\frac{4^2}{3}$, se obtiene $\frac{16}{9}$ y que el resultado de la potencia $\frac{3^2}{2} < \left(\frac{3}{2}\right)^2$.

181. Encuentra el error que cometió Lucía en cada afirmación.
- I** Responde las preguntas. Luego, escribe un ejemplo que justifique cada respuesta.
182. ¿Existe alguna fracción cuyo cuadrado es menor que ella?

183. ¿Existe un fraccionario tal que su raíz cúbica es mayor que su raíz cuadrada?
184. ¿En la propiedad del cociente de potencias el exponente del numerador debe ser menor que el exponente del denominador?

- S** Resuelve las situaciones planteadas.

185. Calcula el volumen de una caja cúbica que tiene $\frac{2}{3}$ de metro de lado.

Diana tiene \$320.000 para dárselos a su hermana, pero decide entregarle cada $\frac{3}{5}$ del dinero que le queda del día anterior.

186. ¿Cuánto dinero le regala Diana a su hermana el primer día?

187. ¿Cuánto dinero le regala Diana a su hermana el tercer día?

188. ¿Cuánto dinero le regala Diana a su hermana el cuarto día?



189. Escribe, usando potenciación, una manera para calcular el dinero que regalará Diana a su hermana el séptimo día.

190. ¿Cuáles de los fraccionarios $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{4}$ o $\frac{1}{9}$ al ser ubicados en la casilla y realizar las operaciones indicadas dan como resultado un número natural?

$$36 \square^2 + 12 \square + 24$$

- P** 191. Encuentra dos fraccionarios diferentes que cumplan la condición anterior.

- P** 192. Con base en las propiedades de la radicación de números naturales, escribe y da un ejemplo de cada una de las propiedades que se pueden presentar en la radicación de fraccionarios.

Lo que viene... ➡

En las páginas siguientes aprenderás a escribir las fracciones como números decimales. Escribe como decimal la fracción $\frac{7}{8}$.



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

Taller de Recuperación – Matemáticas 9.º grado

Competencia 1 · Sentido numérico y pensamiento variacional

Tema 1. Números enteros

1. Ordena de menor a mayor: $-32, 15, 0, -8, 23, -41, 7$.
2. Calcula:
 - a) $(-18) + 27$
 - b) $45 - (-56)$
 - c) $(-34) - 19$
 - d) $(-12) \cdot (-9)$
 - e) $84 \div (-7)$
3. "La temperatura a las 6 a. m. era -4°C y subió 3°C cada hora durante 5 h."
 - a) Expresa la situación con una ecuación.
 - b) ¿A qué temperatura se llegó al mediodía?
4. Completa la serie y explica la regla: $6, 2, -2, -6, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}$.
5. Verdadero o falso (justifica):
 - a) "El producto de un número par negativo y un impar positivo siempre es par negativo."
 - b) "Si a y b son enteros tales que $a \cdot b = 0$, entonces $a = 0$ o $b = 0$."

Tema 2. Números reales

6. Clasifica cada número como natural, entero, racional o irracional (pueden ser varias categorías):
 $0, -\frac{7}{8}, \sqrt{49}, \sqrt{10}, \pi, 3.1416, -12.5$
7. Ubica en la recta real: $-5, -2.5, 0, 1, \sqrt{2}, 3.5, 4$.
8. Convierte a fracción irreducible:
 - a) 0.375
 - b) $2.07\overline{6}$
 - c) $1.2\overline{45}$
9. Compara usando " $<$ ", " $>$ ", " $=$ ":
 - a) $\sqrt{18} \underline{\quad} 4.3$
 - b) $\frac{7}{3} \underline{\quad} 2.34$
 - c) $-\sqrt{5} \underline{\quad} -2.3$
10. Problema contextual:

"Un depósito pasa de estar lleno a un 60 % de su capacidad tras vender 350 L. ¿Cuántos litros caben en el depósito?" (Modela con números reales).



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

Competencia 2 · Pensamiento geométrico y sistema de representación

Tema 3. Plano cartesiano

Guía rápida: cómo calcular distancias en el plano cartesiano

Situación	Fórmula	Ejemplo breve
Entre dos puntos $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$	$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	De $A(-3, 4)$ a $B(5, -2)$: $d = \sqrt{(5 + 3)^2 + (-2 - 4)^2} = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{100} = 10$

11. Grafica los puntos A (-3, 4), B (5, -2), C (0, 0), D (-6, -5).
12. Determina:
 - a) Distancia AB
 - b) Punto medio de CD
13. Traza el triángulo cuyos vértices son P (2, 3), Q (6, -1), R (-1, -2) y clasifícalo según sus lados.
14. Encuentra el área del rectángulo formado por los puntos E (-4, 1), F (-4, 6), G (2, 6) y H (2, 1).
15. Traslada el punto K (-2, 5) 7 unidades a la derecha y 3 unidades hacia abajo; da las coordenadas nuevas y gráficalo.

Competencia 3 · Pensamiento numérico y sistemas algebraicos

Tema 4. Números complejos (\mathbb{C})

Recuerda: $i^2 = -1$. Expresa siempre tu respuesta en forma $a + bi$.

A. Conceptual

16. Clasifica como verdadero (V) o falso (F) y justifica:
 - a) $7i$ es un número imaginario puro.
 - b) $\sqrt{-16} = 4i$.
 - c) Todo número real es un número complejo.
 - d) El conjugado de $a + bi$ es $-a + bi$.



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

B. Procedimental

17. Suma:

a) $(5 + 7i) + (-3 + 2i)$

b) $(-6 - 4i) + (9 - 11i)$

c) $(12 - 8i) + (-12 + 8i)$

18. Resta:

a) $(4 + 9i) - (-1 + 5i)$

b) $(-3 - 7i) - (6 + 2i)$

c) $(a + bi) - (b + ai)$ (simplifica en función de a y b).

19. Multiplicación (distribuye y usa $i^2 = -1$):

a) $(2 + 5i)(3 + 4i)$

b) $(7 - 2i)(7 + 2i)$

c) $(4 + 3i)^2$

Recordatorio imprescindible: el conjugado

1. "Definición – Para $z = a + bi$, su conjugado es

$$\bar{z} = a - bi$$

(se invierte solo el signo de la parte imaginaria)."

2. "Ejemplos rápidos"

$$z = 3 + 4i \quad \Rightarrow \quad \bar{z} = 3 - 4i$$

$$z = -2 - 7i \quad \Rightarrow \quad \bar{z} = -2 + 7i$$

$$z = 5i \quad \Rightarrow \quad \bar{z} = -5i$$

$$z = 6 \quad \Rightarrow \quad \bar{z} = 6$$



**Institución Educativa
La Milagrosa**

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

20. Operaciones mixtas (incluye conjugado \bar{z}):

a) $z = 6 - 8i$. Calcula $z + \bar{z}$ y $z \cdot \bar{z}$.

b) Si $w = -3 + 4i$, halla $(2w - \bar{w})$.

21. Problema aplicado:

“En ingeniería eléctrica la impedancia se representa como $Z = R + Xi$, donde R y X son reales. Dos impedancias son $Z_1 = 5 + 12i \Omega$ y $Z_2 = 8 - 6i \Omega$.

a) Impedancia total en serie Z_s .

b) Potencia aparente $S = |Z_s| \cdot I^2$ si la corriente es $I = 3 \text{ A}$ (calcula $|Z_s|$).”

C. Representación en el plano complejo

C. Representación en el plano complejo

22. Grafica los números $3 + 4i$, $-5 + 2i$, $-4 - 6i$, $7i$ y señala su módulo.

23. Ordena por módulo (de menor a mayor): $2 + 2i$, $-3 + 4i$, $5i$, -6 .

24. Escribe el número cuya representación en el plano complejo tiene módulo 10 y forma un ángulo de 150° con el eje real positivo (usa forma polar y pasa a forma $a + bi$).

Competencia 4 · Razonamiento y resolución de problemas

25. Situación integradora

“Un dron despega desde el punto A (0, 0). Realiza el siguiente recorrido (todas las distancias en metros):

- 120 m al Este
- 50 m al Norte
- 80 m al Oeste
- 30 m al Sur

a) Representa cada desplazamiento como un vector y determina la posición final del dron.

b) Calcula la distancia total recorrida.

c) Expresa la posición final como un número complejo y encuentra su módulo.”

26. Juego de escape

En cada casilla de un tablero aparece un número (real, entero o complejo). Solo puedes avanzar si la operación entre el número de tu casilla actual y el siguiente (suma si son reales, resta si son enteros, multiplicación si son complejos) cumple la condición dada por el coordinador (módulo < 10 , resultado negativo, etc.). Diseña un camino de 6 casillas que te permita “escapar” y justifica cada paso.



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

Competencia	Indicador clave	Peso
1. Sentido numérico	Exactitud en operaciones con enteros y reales	4 ptos
2. Geometría	Precisión en graficación y cálculo de distancias	4 ptos
3. Sistemas algebraicos	Manejo formal de \mathbb{C} (operaciones, notación)	6 ptos
4. Razonamiento	Estrategias y justificaciones lógicas	4 ptos
Presentación	Orden, legibilidad, uso adecuado de unidades y símbolos	2 ptos

La sustentación tiene un peso de 80 puntos, el taller debe solucionarse completamente, de forma clara y ordenada para poder realizar la sustentación.



Institución Educativa La Milagrosa

Medellín

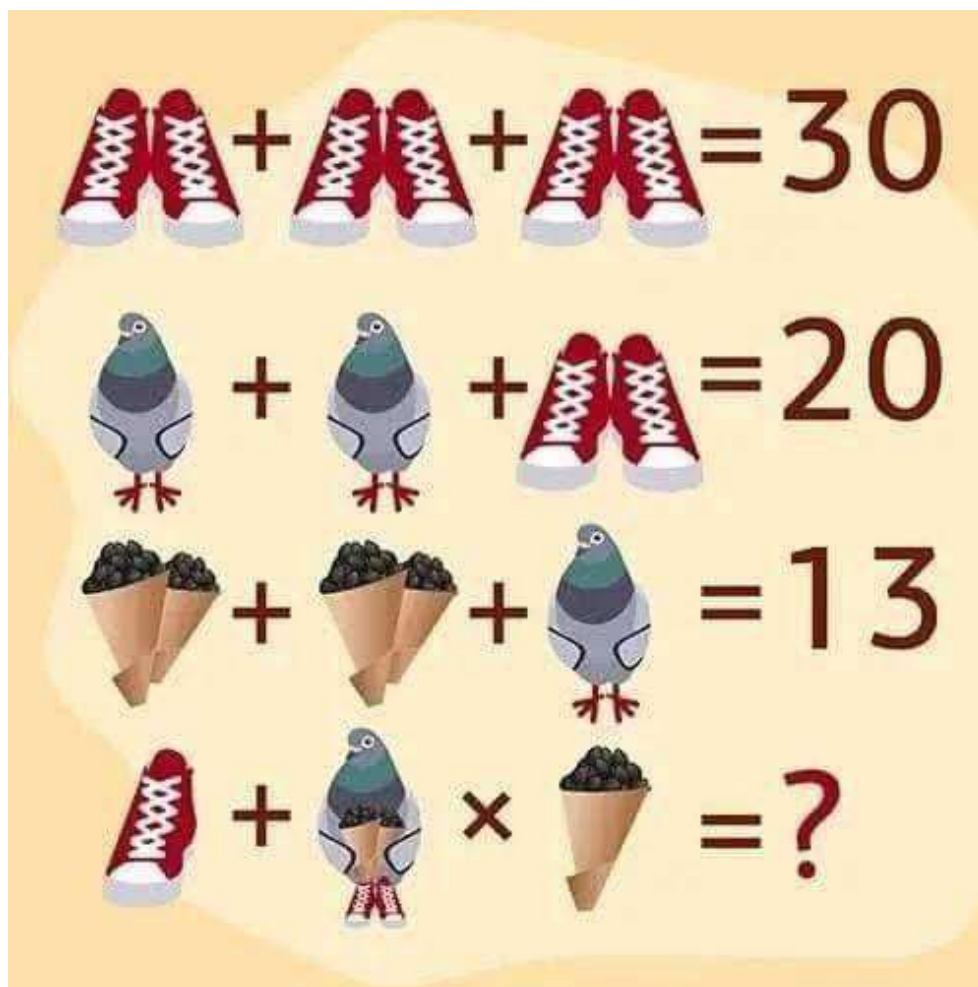
Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

1. Ecuaciones con Imágenes

Resuelve los siguientes retos, los cuales consisten en **ecuaciones con imágenes**. Para cada ejercicio, debes **hallar el valor individual de cada elemento** (figura).

- **Presentación:** Puedes imprimir las imágenes o dibujarlas a mano.
- **Requisito:** En ambos casos, los dibujos deben estar **completamente coloreados**.

a.





Institución Educativa La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

b.

$$\text{Donkey} + \text{Bear} = 12$$

$$\text{Bear} \times \text{Donkey} = 35$$

$$2 \times \text{Bear} + \text{Rabbit} = 14$$

Borquenos

$$3 \times \text{Borquenos} \times \text{Bear} = 30$$

$$\text{Donkey} + \text{Rabbit} \times \text{Borquenos} + \text{Bear} = ?$$

Nº1



Institución Educativa La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

C.

can you solve this?

 +  +  = 37

 +  +  = 15

SRindia

 +  +  = 50

 ×  +  = 43

 +  ×  = ?



Institución Educativa
La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

d.

$$\text{Cross} + \text{Star} + \text{Cross} + \text{Circle} + \text{Circle} = 32$$

$$\text{Shaded Square} + \text{Shaded Square} + \text{Light Triangle} + \text{Shaded Square} + \text{Shaded Square} = 65$$

$$\text{Light Triangle} + \text{Star} + \text{Circle} + \text{Cross} + \text{Cross} = 44$$

$$\text{Shaded Square} + \text{Shaded Square} + \text{Shaded Square} + \text{Shaded Square} + \text{Shaded Square} = 60$$

$$\text{Shaded Square} + \text{Light Triangle} + \text{Star} + \text{Light Triangle} + \text{Shaded Square} = 60$$

$$\text{Light Triangle} + \text{Circle} + \text{Light Triangle} + \text{Star} + \text{Light Triangle} = 58$$

Circle _____

Light Triangle _____

Shaded Square _____

Cross _____

Star _____



Institución Educativa
La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

e.

Solve this

$$\text{Apple} + \text{Apple} + \text{Apple} = 15$$
$$\text{Strawberry} + \text{Cherries} + \text{Apple} = 19$$
$$\text{Cherries} + \text{Cherries} + \text{Strawberry} = 26$$
$$\text{Cherry} + \text{Strawberries} \div \text{Apple} = ?$$



Institución Educativa
La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

f.

$$\text{Hexagon} + \text{Triangle} = 9$$

$$\text{Hexagon} = \text{Box}$$

$$\text{Triangle} + \text{Hexagon} + \text{Hexagon} = 13$$

$$\text{Star} = \text{Box}$$

$$\text{Star} - \text{Hexagon} = 4$$

$$\text{Triangle} = \text{Box}$$

$$\text{Star} - \text{Hexagon} - \text{Square} = 2$$

$$\text{Square} = \text{Box}$$



Institución Educativa La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

9.

3 identical women = 21

2 red high-heeled shoes = 1 watch + 1 yellow handbag

2 yellow handbags = 1 watch + 2 red high-heeled shoes

2 watches = 4

1 woman + 1 red high-heeled shoe \times 1 yellow handbag = ?




Institución Educativa La Milagrosa


Medellín


Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes


h.

ShareChat
@Haarika

 + + = **90**

 + + = **36**

 + + = **12**

 =



Institución Educativa La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

i.

2 burgers + 2 burgers + 2 burgers = 24

1 burger + 1 iced coffee - 2 iced coffees = 2

3 iced coffees + 3 chocolate coffees - 3 chocolate coffees = 6

2 chocolate coffees + 3 donuts + 3 donuts = 20

2 burgers \times 3 iced coffees - 3 donuts = ?



Institución Educativa La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

j.





Institución Educativa
La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

k.

$$\text{Tree} + \text{Tree} + \text{Tree} - \text{Tree} = 35$$

$$\text{SRindia House} + \text{House} + \text{House} = 30$$

$$(\text{Two Chickens} + \text{Chicken}) \times (\text{Two Chickens} - \text{Chicken}) = 48$$

$$\text{House} + \text{Shameer india} + \text{Tree} + \text{Chicken} = 18$$

$$\text{Shameer india} + \text{Shameer india} \times \text{Chicken} = 56$$

$$\text{Shameer india} - \text{House} \times \text{Tree} - \text{Tree} = ?$$



Institución Educativa La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

I.

$$\text{Genie} + \text{Genie} \times \text{Genie} = 10$$

$$\text{Magic Carpet} + \text{Lamp} \times \text{Magic Carpet} = 84$$

$$\text{SRindia} \times \text{Princess} - \text{Genie} = 28$$

$$\text{Lamp} : \text{Magic Carpet} \times \text{Lamp} = 32$$

$$\text{Princess} \times (\text{Princess} + \text{SRindia}) = 84$$

Shameer india

$$\text{SRindia} + \text{SRindia} \times \text{Princess} = i$$



Institución Educativa La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

m.

$$\text{Rooster} + \text{Rooster} + \text{Rooster} = 36$$

$$\text{Hen} + \text{Rooster} + \text{Hen} = 99$$

$$\text{Turkey} + \text{Hen} + \text{Turkey} = 59$$

$$\text{Chick} + \text{Rooster} + \text{Chick} = 50$$

$$\text{Hen} + \text{Turkey} - \text{Rooster} = 82$$

$$\text{Turkey} + \text{Hen} + \text{Rooster} = ?$$

Borquinos



Institución Educativa
La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

n.

$$\text{Penguin} + \text{Penguin} + \text{Penguin} = 30$$

$$\text{Penguin} + \text{Cat} + \text{Cat} = 20$$

$$\text{Cat} - (\text{Owl} + \text{Owl}) = 3$$

$$\text{Owl} + \text{Penguin} \times \text{Cat} = ?$$



Institución Educativa
La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

o.

$$\begin{array}{c} \text{shoe} \\ \text{shoe} \end{array} + \begin{array}{c} \text{shoe} \\ \text{shoe} \end{array} + \begin{array}{c} \text{shoe} \\ \text{shoe} \end{array} = 30$$

$$\begin{array}{c} \text{man} \\ \text{man} \end{array} + \begin{array}{c} \text{man} \\ \text{shoe} \\ \text{shoe} \end{array} = 20$$

$$\begin{array}{c} \text{bowtie} \\ \text{bowtie} \end{array} + \begin{array}{c} \text{bowtie} \\ \text{bowtie} \end{array} + \begin{array}{c} \text{man} \\ \text{shoe} \end{array} = 13$$

$$\begin{array}{c} \text{shoe} \\ \text{man} \end{array} + \begin{array}{c} \text{man} \\ \text{shoe} \end{array} \times \begin{array}{c} \text{bowtie} \\ \text{bowtie} \end{array} = ?$$



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

2. Solución Gráfica de Sistemas 2x2

Resuelve los siguientes cinco sistemas de ecuaciones 2x2 utilizando el **método gráfico**.

A)

$$y = x + 1$$

$$y = -x + 5$$

B)

$$y = 2x + 2$$

$$y = -x - 1$$

C)

$$y = 3x - 1$$

$$y = x + 3$$



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

D)

$$y = -2x + 8$$

$$y = x - 1$$

E)

$$y = -x - 2$$

$$y = 4x + 3$$



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

3. Análisis Estadístico: Tablas y Gráficos

Para el siguiente conjunto de datos, construir:

- Tabla de frecuencias.
- Diagrama de barras.
- Diagrama circular.

Calificaciones de un grupo de estudiantes de primer semestre de Cálculo I

7	2	10	2	7	0	10	5	5
4	10	1	6	0	7	5	6	8
7	2	2	0	0	2	6	3	4
0	6	4	1	9	10	3	0	10
6	8	10	7	10	1	2	1	0
2	5	1	5	4	10	7	9	10
8	6	6	8	10	4	5	10	10
8	0	9	5	8	7	2	10	1

4. Perímetro y Área de Figuras Compuestas

A continuación, se te presenta una figura compuesta. Debes realizar las siguientes acciones:

1. **Dibujar la figura** de forma clara y proporcional en tu cuaderno o en una hoja.
2. **Colorear** la figura utilizando diferentes colores de forma creativa.
3. **Escribir las medidas** correspondientes a cada lado o segmento de la figura (éstas se te proporcionarán junto con el dibujo).
4. **Calcular el Perímetro total** de la figura, mostrando el procedimiento.
5. **Calcular el Área total** de la figura, mostrando el procedimiento de cómo la descompusiste en figuras más simples.



Institución Educativa
La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

